

## CURVAS DE LACTANCIA DE VACAS CARORA Y CRUZADAS HOLSTEIN FRIESIAN X BRAHMAN

### Lactation Curves in Carora Cows and Crossbred Holstein Friesian x Brahman Cows

Rodolfo Vaccaro<sup>\*1</sup>; Gustavo D'Enjoy\* y Carlos Sabatè\*

*\*Departamento de Producción Animal, Facultad de Ciencias Veterinarias, Universidad Central de Venezuela, Maracay 2101-A, Apdo. 4563. VENEZUELA.  
E-mail: rodovacc@telcel.net.ve*

Recibido: 02/10/98. Aprobado: 22/02/99

#### RESUMEN

Para caracterizar la curva de producción lechera con fines predictivos, un total de 5.040 registros diarios de leche de 160 lactancias registradas semanalmente, de vacas Carora (CA), F<sub>1</sub> Holstein Friesian x Brahman y de alta herencia Holstein Friesian (AH) fueron ajustadas a los modelos de Mitscherlich x exponencial, Michaelis-Menten x exponencial, función gamma incompleta, regresión lineal hiperbólica y regresión lineal simple. El ajuste a los tres primeros modelos se efectuó por regresión no lineal y a los dos últimos por regresión lineal convencional. Errores medios residuales mínimos y valores máximos de R<sup>2</sup>, así como alto porcentaje de convergencia en el proceso de estimación de los parámetros, indicaron la conveniencia y mayor precisión de la función Gamma incompleta para describir la curva de estas lactancias. Por tanto, la discusión se centró en los resultados obtenidos con este modelo. Los parámetros A (producción inicial), b (tasa de incremento) y c (tasa de caída)

#### ABSTRACT

In order to characterize lactation curves for prediction purposes a total of 5,040 daily records taken at weekly intervals from 160 lactations of Carora, (CA), F<sub>1</sub> Holstein Friesian x Brahman and high Holstein Friesian inheritance (AH) crossbred cows were adjusted to the models Mitscherlich x exponential, Michaelis-Menten x exponential, incomplete gamma function, hyperbolic linear regression and simple linear regression. The fitting of the three first models was accomplished by nonlinear regression procedures and to the two latter ones, by conventional linear regression. Lowest mean residual errors and highest R<sup>2</sup> as well as high convergence percentage in the estimation procedure indicated the higher precision of the incomplete gamma function to describe the curve of these lactations added to the simplicity of its use. Henceforth, the discussion concentrated on the results obtained with this model. The parameters A (initial yield), b (rate of increase) and c (rate of decrease) of the individual lactation curves

<sup>1</sup> A quien debe dirigirse la correspondencia (To whom correspondence should be addressed).

de las curvas de lactancias individuales fueron analizados por la técnica de modelos lineales, incluyendo los efectos de grupo racial, año, estación y número de parto, así como interacciones de primer orden. Las curvas obtenidas mostraron las etapas clásicas de la lactancia: ascenso, pico y descenso. Solamente resultaron significativos los efectos de estación de parto ( $P < 0,01$ ) para los tres parámetros y el grupo racial ( $P < 0,06$ ) para el parámetro  $c$ . Para los tres grupos raciales estudiados, los partos en estación seca tuvieron producción inicial mas baja pero una producción pico y total mayores que los partos en época lluviosa. Las vacas de primera lactancia mostraron menores producciones diarias al inicio, mayor persistencia y menor producción total por lactancia. Se confirma que el modelo de Wood describe con precisión la curva de lactancia de vacas Carora y cruzadas Holstein Friesian x Brahman bajo sistemas seminintensivos en el trópico.

**(Palabras claves:** curvas de lactancia, función gamma, Carora, vacas cruzadas, modelo de Wood)

## INTRODUCCIÓN

La característica de la curva de lactancia, en ambientes templados, es su curso ascendente en una primera etapa para luego de alcanzar una máxima entrada a la etapa descendente. La necesidad de un modelo matemático que describa con alto grado de precisión las variaciones en la producción diaria de leche en ganado de ordeño ha sido ampliamente discutida en países de clima templado y de ganadería lechera avanzada. Los usos de estos modelos son múltiples, incluyendo la descripción del proceso productivo, su predicción, la extensión de lactancias incompletas o como herramienta de diagnóstico y planificación. Una amplia revisión y discusión sobre los modelos utilizados mayormente en países de clima tem-

were analysed by linear models techniques including the effects of breed group, year, season and calving number as well as first order interactions. The curves derived showed the classic stages of lactation : increment, peak and descent. Only calving season effects were significant ( $P < 0.01$ ) for all three parameters and breed group ( $P < 0.06$ ) for  $c$ . For the three breed groups studied dry season calvings had lower initial yields but higher peak and total yields than rainy season calvings. First lactation cows showed lower daily yields at the start, higher persistency and lower total yield per lactation. It is confirmed that Wood model describes precisely the lactation curves of Carora and Holstein x Brahman crossbred cows under semi-intensive production systems in the tropics.

**(Key words:** lactation curves, gamma function, Carora, crossbred cows, Wood model)

plado fue presentada por Masselin et al. (1987). Pocos son los estudios reportados en el trópico americano especialmente para el ganado Cebú y cruzado. Madalena et al. (1979) utilizando lactancias de vacas Holstein Friesian (HF) y cruzadas HF x Gir (GR), encontraron un mejor ajuste con la función gamma incompleta comparada con la regresión lineal. Sin embargo, Bianchini et al. (1986) encontraron con ganado GR que el modelo lineal hiperbólico presentaba una ligera superioridad sobre la función gamma incompleta. Campos et al. (1990) y Arroyo et al. (1993) también utilizaron la función gamma incompleta para caracterizar lactancias de vacas Jersey (JE), JE x Brown Swiss, Criollo Lechero Centro Americano (CC) y cruces CC x JE, pero no hacen referencia a la bondad del

ajuste logrado. Goncalvez et al. (1996) lograron los mejores ajustes para lactancias de vacas Gir en Brasil con modelos de regresión cuadrática y cuadrática logarítmica. En la India, Gore et al. (1996) trabajando con lactancias de vacas Sahiwal y Jersey x Sahiwal obtuvieron el mejor ajuste ( $R^2 = 0,99$ ) con el modelo polinomial inverso. Más recientemente, Rook et al. (1993) estudiaron como funciones descriptivas de la primera etapa, la de Mitscherlich, Michaelis-Menten, de saturación kinética, generalizada logística, Gompertz y la tangente hiperbólica y como funciones de la etapa descendente, la exponencial y la inversa de la línea recta. Trabajando con lactancias de vacas Holstein Friesian en Inglaterra, estos investigadores encontraron que el modelo que combina las funciones Mitscherlich con exponencial lograba un mejor ajuste que las demás e inclusive que la función de Wood. En algunos casos, se ha reportado que lactancias del ganado lechero tropical cruzado se ajusta a un modelo de regresión lineal, con un pico poco pronunciado (Mahadevan y Hutchison, 1964).

El presente estudio se efectuó con el fin de comparar la bondad de ajuste de lactancias de vacas Carora,  $F_1$  Holstein Friesian x Brahman y de alta herencia Holstein Friesian a los modelos:

1. Gamma incompleta (modelo de Wood)  
 $Y = A \cdot t^b \cdot e^{-c \cdot t}$
2. Mitscherlich x exponencial  
 $Y = A \cdot (1 - b_0 \cdot e^{-b_1 \cdot t}) \cdot e^{-c \cdot t}$
3. Michaelis-Menten x exponencial  
 $Y = A \cdot e^{-c \cdot t} / (1 + (b_0 / (b_1 + t)))$
4. Modelo lineal hiperbólico  
 $Y = a + b_2 \cdot t + b_3 / t$
5. Regresión lineal simple  
 $Y = a' + b_2' \cdot t$

En los tres primeros modelos (modelos no lineales), el parámetro a estimar A es función del nivel inicial de producción, el exponencial  $e^{-c \cdot t}$  con el parámetro c describe la etapa descendente y la parte restante con el parámetro b, la fase inicial de ascen-

so. El tiempo t está expresado en días. En los modelos lineales, los parámetros a estimar son la intersección y los coeficientes de regresión.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Se utilizaron 5.040 registros diarios de producción de leche, registrados a intervalos semanales y correspondientes a 160 lactancias tomadas al azar, de vacas de un rebaño perteneciente a la Facultad de Ciencias Veterinarias de la Universidad Central de Venezuela, iniciadas entre 1991 y 1995. Las vacas fueron Carora (CA, n = 51),  $F_1$  Holstein Friesian (HF) x Brahman (n = 45), y de alto grado de herencia HF (n = 64). Los tres grupos fueron mantenidos en un solo rebaño en la Estación Experimental La Antonia, situada a 104 m.s.n.m. En el período estudiado, la precipitación anual fue de 1.300 mm concentrada en los meses de junio a noviembre. Las mayores temperaturas promedio ocurrieron en los meses de marzo y abril ( $33,5^\circ \text{C}$ ) y las mínimas en enero y febrero ( $20,5^\circ \text{C}$ ). La humedad relativa promedio anual fue de 83%. Los animales pastorearon pasto estrella (*Cynodon plectostachyus*) durante todo el año. Las vacas en ordeño recibieron un suplemento de concentrado comercial de alrededor de 17% de proteína cruda, compuesto principalmente de maíz, sorgo, afrecho de trigo y pasta de algodón, en una proporción de un kilogramo por 3 kg de leche sobre los 6 kg de producción diaria. En algunas oportunidades, se introdujeron cambios a esta proporción por variaciones en los precios del concentrado, así como por escasez de pasto. Controles mensuales de ectoparásitos en la época lluviosa y cada 21 días en la época seca fueron efectuados rutinariamente.

Se efectuaron dos ordeños diarios, utilizando equipo mecánico y sin el apoyo del becerro. Los becerros fueron separados de la madre 4 o 5 días después del nacimiento

y alimentados con leche natural y biberones.

El control de producción se hizo semanalmente y solamente a partir de 5 días postparto. Las lactancias utilizadas tuvieron una duración por encima de 137 días y solo se consideraron los 305 primeros días de ordeño en caso que sobrepasasen esta duración. El método de regresión no lineal de secante multivariada o de falsa posición del SAS (1985) fue utilizado en el ajuste de los modelos 1, 2, y 3 y el de regresión convencional para el 4 y 5.

Para comparar la bondad de ajuste a los distintos modelos se utilizó el promedio de los cuadrados medios dentro de lactancia así como el coeficiente de múltiple determinación  $R^2$ . Los efectos de año y estación de parto, grupo racial y número de parto, así como de las interacciones de primer orden que incluían grupo racial y de época x número de parto, sobre los parámetros de los distintos modelos fueron estimados por la técnica de modelos lineales utilizando el programa estadístico de Harvey (1990). Las lactancias se agruparon de acuerdo a la estación de su inicio en seca (de diciembre a mayo) y lluviosa (de junio a noviembre), por la paridad, en primera y en dos y más lactancias y por el grupo racial, en Carora (CA),  $F_1$  (Holstein Friesian (HF) x Brahman (BR)) y de alto nivel de herencia Holstein Friesian (AH, 3/4HF). El modelo estadístico utilizado fue el siguiente:

$$Y_{ijklm} = \mu + r_i + a_j + s_k + p_l + (r.a)_{ij} + (r.s)_{ik} + (r.p)_{il} + (s.p)_{kl} + e_{ijklm}$$

donde:

$Y_{ijklm}$  es el parámetro en estudio,

$\mu$  es la media del parámetro en la población;

$r_i$  es el efecto del grupo racial  $i$ , ( $i = 1, 2, 3$ );

$a_j$  es el efecto del año  $j$ , ( $j = 1, \dots, 5$ );

$s_k$  es el efecto de la estación  $k$ , ( $k = 1, 2$ );

$p_l$  es el efecto del número de parto  $l$ , ( $l = 1, 2$ );

$(r.a)_{ij}$  es el efecto conjunto de la raza  $i$  y el año  $j$ ;

$(r.s)_{ik}$  es el efecto conjunto de la raza  $i$  y la estación de parto  $k$ ;

$(r.p)_{il}$  es el efecto conjunto de la raza  $i$  y el número de parto  $l$ ;

$(s.p)_{kl}$  es el efecto conjunto de la estación de parto  $k$  y el número de parto  $l$ ;

$e_{ijklm}$  es el efecto al azar de la observación  $m$ , normal e independientemente distribuido, con media cero y varianza  $s^2$ .

## RESULTADOS

La Tabla 1 muestra los promedios de los cuadrados medios residuales de los modelos evaluados y sus respectivos  $R^2$  máximos, mínimos y modales. Aunque los cuadrados medios residuales tendieron a ser menores para el modelo de Wood, la bondad de ajuste de los modelos no lineales fue similar considerando los valores máximos y modales del coeficiente de determinación. Sin embargo, un importante porcentaje de lactancias no convergieron en los 50 ciclos de iteración especificados en el proceso de ajuste a los modelos de Mitscherlich x exponencial y Michaelis-Menten x exponencial (34 y 18%, respectivamente). Las lactancias de vacas Carora constituyeron la mayoría (55%) de las que no convergieron con el modelo Michaelis-Menten x exponencial pero con el modelo Mitscherlich x exponencial solo constituyeron el 25% del total de las que no convergieron. Las  $F_1$  y AH estuvieron entre el 14 y 37% del total de las no convergentes con ambos modelos. Los modelos de regresión lineales, a pesar de no confrontar problemas de estimación de sus parámetros, arrojaron los menores  $R^2$  y valores intermedios para los cuadrados medios residuales. Por otro lado, de los modelos no lineales el de Wood presentó el mayor por-

**Tabla 1.** Promedios de cuadrados medios residuales y valores extremos y modales de R<sup>2</sup> para los modelos evaluados

Modelo	Cuadrado medio promedio	R <sup>2</sup>			Convergencia (%)
		Mín.	Máx.	Moda	
Mitscherlich x exponencial	2,6714	0,77	0,99	> 0,90	66
Michaelis Menten x exponencial	2,0067	0,95	0,99	> 0,90	82
Wood	1,6784	0,87	0,99	> 0,90	99
Hiperbólica lineal	1,7426	0,02	0,93	0,7 a 0,8	100
Lineal simple	2,0594	0,01	0,92	0,7 a 0,8	100

centaje de convergencia (99%), elevado R<sup>2</sup> modal y el menor cuadrado medio residual promedio. Sobre la base de lo anterior, se infiere que los modelos Mitscherlich x exponencial, Michaelis-Menten x exponencial, lineal hiperbólico y de regresión lineal simple describen con menor precisión que el modelo de Wood las curvas de lactancia de vacas de estos tres grupos raciales bajo las condiciones del presente estudio. Por lo tanto, en el resto de este trabajo y en aras de la simplificación de las comparaciones e interpretación de los resultados, solo se hará referencia al modelo de Wood. Utilizando la metodología derivada por Wood (1967), se calculó el momento de la producción pico como  $b/c$ , la producción pico como  $A.(b/c)^b.e^{-b}$  y la persistencia o ten-

dencia a mantener el nivel máximo de producción como  $-(b+1).log c$ . La producción total en 244 días se obtuvo totalizando las producciones diarias estimadas con el modelo.

*Factores que afectan las curvas de lactancia*

Los resultados del análisis de varianza de los parámetros de las lactancias individuales ajustadas al modelo de Wood mostraron efectos significativos ( $P < 0,01$ ) de la estación de parto sobre los tres parámetros y del número de parto ( $P < 0,06$ ) sobre el parámetro c. Los otros factores así como sus interacciones no alcanzaron significación estadística. Las medias cuadrado mínimo de los parámetros significativos se

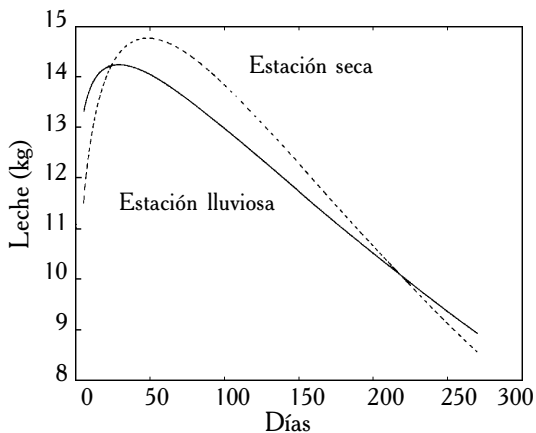
**Tabla 2.** Medias cuadrado mínimo de los parámetros ( $\pm EE$ ) significativamente diferentes por estación y número de parto

Fuentes de variación	Parámetros		
	A	b	c
Estación de parto **			
Seca	8,714 $\pm$ 1,011	0,184 $\pm$ 0,030	0,00385 $\pm$ 0,00038
Lluviosa	11,981 $\pm$ 1,128	0,074 $\pm$ 0,033	0,00258 $\pm$ 0,00042
Número de parto *			
1	n.s.	n.s.	0,00267 $\pm$ 0,00048
2 y más			0,00375 $\pm$ 0,00040

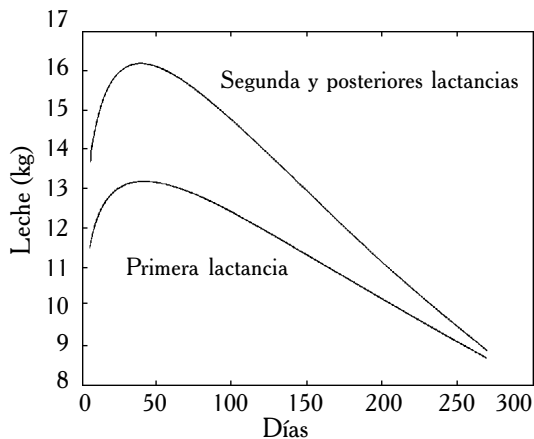
\*\* P < 0,01

\* P < 0,06

n.s. no significativo



**Figura 1:** Curvas de lactancia iniciadas en las estaciones seca y lluviosa.



**Figura 2:** Curvas de las primeras y posteriores lactancias.

presentan en la Tabla 2. Las curvas de lactancia correspondientes a las dos estaciones de parto y a las dos paridades estudiadas se presentan en las Figuras 1 y 2, respectivamente. Las vacas que parieron en la estación lluviosa tuvieron una mayor producción inicial (mayor valor de  $A$ ), menor producción pico, menor tasa de caída (menor valor de  $c$ ) y menor producción por lactancia que las que parieron en la estación seca. Igualmente, las de primer parto mostraron menor producción inicial, mayor persistencia y menor producción por lactancia que las de dos y más partos.

## DISCUSIÓN

De los cinco modelos estudiados, la función gamma incompleta o modelo de Wood dio los menores errores residuales, los mayores coeficientes de determinación y muy alto porcentaje de convergencia, indicando así constituir el mejor ajuste a los datos del presente estudio. La bondad de este modelo, en cuanto a su habilidad descriptiva de la lactancia, ha sido confirmada por un número importante de investigadores de climas templados (ver por ejemplo la revisión de Masselin et al., 1987) y del trópico (Madalena et al., 1979, Campos et al., 1990). Las curvas de lactancia mostraron

las etapas clásicas de ascenso, pico y descenso, a diferencia de lo reportado por otros investigadores con ganado del trópico que hallaron una tendencia prácticamente lineal descendente (Mahadevan y Hutchison, 1964; Madalena et al., 1979). Es necesario señalar que el nivel productivo de las vacas de estos dos estudios era menor al del presente trabajo. A diferencia de otros estudios del trópico (Madalena et al., 1979; Campos et al., 1990), no se detectó diferencia significativa debida al grupo racial entre los parámetros de las curvas de lactancia ajustadas al modelo de Wood. El efecto estacional sobre los parámetros de la curva de lactancia observado, parece estar asociado con las variaciones en cantidad y calidad del pasto disponible más que con el efecto climático directo sobre los procesos fisiológicos. Wood (1972) encontró que en animales en confinamiento, con poca variación en la dieta, los parámetros de la curva no eran afectados por las estaciones del año. Bajo pastoreo, efecto significativo de la estación de parto sobre los parámetros  $a$  y  $b$  del modelo de Wood fueron reportados por Campos et al. (1990) en ganado Criollo Lechero Centroamericano y sus cruces con Jersey y por Arroyo et al. (1993) en ganado Jersey y Jersey x Pardo Suizo. Al igual que en el presente estudio, las lactancias

iniciadas en la estación lluviosa presentaron mayores valores del parámetro A y menores del b.

Dentro de estaciones de parto, la bondad de ajuste del modelo de Wood ( $R^2$ ) fue superior a la reportada por Madalena et al. (1979) ( $R^2 = 0,74$ ), aunque la varianza de los errores fue similar (1,68 vs 1,52). El mejor ajuste del presente estudio puede deberse al mejor control de la varianza ambiental derivada de la permanente suplementación con alimento concentrado que recibieron las vacas en ordeño en La Antonia, así como al ordeño mecánico y sin apoyo del becerro en contraste con el rebaño estudiado por Madalena et al. (1979). Además, el método de estimación de los parámetros utilizado en el presente estudio, sin recurrir a la linealización como en el caso de Madalena et al. (1979), asegura un menor sesgo y menor error residual (Coby y Le Du, 1978; Masselin et al., 1987).

Los partos en época seca tuvieron producción inicial y persistencia menores que los ocurridos en época lluviosa. Por otro lado, la producción máxima de las vacas que parieron en época seca fue mayor (14,8 kg/día) que la de las que parieron durante la época lluviosa (14,3 kg./día). Estos valores superan a los reportados para vacas Holstein Friesian en Brasil por Madalena et al. (1979) y para las Criollo Centroamericano del estudio de Campos et al. (1990). El momento de la máxima producción diaria fué 48 y 29 días postparto para las vacas que parieron en la época seca y lluviosa, respectivamente. La persistencia resultó de 6,58 y 6,40 para las vacas paridas en época seca y lluviosa, respectivamente. Estos valores superan al valor reportado por Madalena et al. (1979) para ganado Holstein Friesian en Brasil. La persistencia fue mayor para las vacas que parieron en época seca de acuerdo con estas constantes, pero la Figura 1 muestra una mayor persistencia, traducida en una menor pen-

diente de la curva en su fase descendente, para las vacas paridas en época lluviosa, lo cual contradice el criterio de persistencia definido por Wood (1967). De acuerdo con Masselin et al. (1987), esta contradicción podría deberse a que los niveles de producción iniciales fueron diferentes para las vacas paridas en época seca y las paridas en época lluviosa. Una medida más precisa de la persistencia resultó ser, en este caso, el valor directo de c, determinante de la tasa de caída de la producción después del pico de la curva. La mayor producción pico de las vacas que parieron en la época seca, a pesar de su ligera menor persistencia, resultó en una mayor producción total por lactancia de 244 días de 3.033 kg vs 2.948 kg para las vacas paridas en época lluviosa.

Valores similares a los encontrados en el presente estudio para el parámetro c, fueron reportados por Madalena et al. (1979). Por otro lado, al igual que en el presente estudio, Schneeberger (1981) y Batra (1986) reportaron un incremento de los valores de c con el número de la lactancia. La diferencia entre las curvas de lactancia de las vacas primerizas con las de dos y más partos, se tradujo en una menor producción inicial, menor producción pico y una mayor persistencia: 8,7 kg, 12,2 kg y 6,59 vs 12,0 kg, 16,2 kg y 6,40, respectivamente. Sobre la base de las curvas, el momento de máxima producción se calculó en 42 y 39 días postparto y la producción total en 244 días de 2.805 y 3.261 kg. para la primera, y la segunda y posteriores lactancias, respectivamente.

El presente trabajo corrobora la limitada información previa del trópico sobre la bondad del modelo de Wood o función gamma incompleta para describir con precisión la curva de lactancia de vacas cruzadas Holstein Friesian x Brahman, así como para vacas Carora en sistemas semintensivos. La interpretación de sus parámetros, A dependiente del nivel inicial de pro-

ducción, b de la tasa de cambio en la etapa ascendente y c de la tasa de cambio en la etapa descendente, es directa y su aplicación con fines predictivos, relativamente simple.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Laboratorio de Procesamiento de Datos de la Cátedra de Genética de la Facultad de Ciencias Veterinarias, UCV, financiado por el Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad Central de Venezuela, en el cual se procesó la información del presente trabajo.

## REFERENCIAS

- Arroyo, R., Camacho, J. y Camacho, M.I., 1993. Características de la curva de lactancia de un rebaño vacuno en explotación extensiva. *Ciencia e Investigación Agraria* **20**:51 (Resumen).
- Batra, T.R., 1986. Comparison of two mathematical models in fitting lactation curves for pureline and crossline dairy cows. *Canadian Journal of Animal Science* **66**:405-414.
- Bianchini Sobrinho, E., Duarte, F.A.M. y Lobo, R.B., 1986. Curva de lactação linear hiperbólica. *ALPA Memoria* **21**:30 (G-44) (Resumen).
- Campos, M., Tewolde, A., Salgado, D. y Mujica, F., 1990. Caracterización de curvas de lactancias de Criollo Lechero, Jersey y sus cruces bajo condiciones de trópico húmedo. *Anais da 12ª Reunião da Associação Latino-Americana de Produção Animal*, Campinas, SP. (Resumen).
- Coby, J.M. y Le Du, Y.L.P., 1978. On fitting curves to lactation data. *Animal Production* **26**:127-133.
- Goncalvez, T. de M., Martínez, M.L. y Milagres, J.C., 1996. Curva de lactação na raza Gir. I. Escolha do modelo de melhor ajuste. *Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia* **25**:616-626.
- Gore, S.S., Gore, A.K., Kothekar, M.D. y Deshmukh, S.N., 1996. A study on lactation curve in Sahiwal and Jersey x Sahiwal crossbred cows. *PKV Research Journal* **20**:47-49.
- Harvey, W.R., 1990. Mixed Model Least-squares and Maximum Likelihood Computer Program. Dairy Science Dept., The Ohio State Univ. Columbus, USA.
- Madalena, F.E., Martínez, M.L. y Freitas, A.F. de, 1979. Lactation curves of Holstein-Friesian and Holstein-Friesian x Gir cows. *Animal Production* **29**:101-107.
- Mahadevan, P., y Hutchison, H.G., 1964. The performance of crosses of *Bos taurus* and *Bos indicus* cattle for milk production in the coastal region of Tanganyika. *Animal Production* **6**:331-336.
- Masselin, S., Sauvant, D., Chapoutot, P. y Milan, D., 1987. Les modèles d'ajustement des courbes de lactation. *Annales de Zootechnie* **36**:171-206.
- Rook, A.J., France, J. y Dhanoa, M.S., 1993. On the mathematical description of lactation curves. *Journal of Agricultural Science (Cambridge)* **121**:97-102.
- SAS Institute Inc. *SAS/STAT™ Guide for Personal Computers, Version 6 Edition*. Cary, NC: SAS Institute Inc., 1985.
- Schneeberger, M., 1981. Inheritance of lactation curve in Swiss Brown cattle. *Journal of Dairy Science* **64**:475-483.
- Wood, P.D.P., 1967. Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature (London)* **216**:164-165.
- Wood, P.D.P., 1972. A note on seasonal fluctuations in milk production. *Animal Production* **15**:89-92.